

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«16» апреля 2026 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТОПОЛОГИЯ

Углубленная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины «**Топология**» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук

Л.Л. Оридорога

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 14.04.2026 №

Заведующий кафедрой

В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и
информационных технологий
16.04.2026

Н.Е. Мащенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 15.04.2026 № 3
Председатель

Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
14.04.2026

В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы, Математический анализ, Алгебра, Аналитическая геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Курсовая работа по профилю обучения, Уравнения математической физики, Функциональный анализ, Вариационное исчисление и методы оптимизации, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.24 Топология
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	17	–	34	57	93	экзамен
Очная, всего			17	–	34	57	93	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Фундаментальная подготовка в области топологии: развитие у студентов абстрактного и логического мышления, математического кругозора и культуры, формирование у студентов научного подхода, овладение студентами совокупностью математических знаний о методах решения задач и доказательства топологических теорем.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-1.6. Умеет применять методы топологии для решения фундаментальных и прикладных задач в профессиональной деятельности.

4.3. Результаты обучения

ОПК-1.6.1. Знает основные определения и теоремы топологии, методы решения задач и доказательства утверждений, методы топологии, применяемые для решения профессиональных задач.

ОПК-1.6.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы, решать задачи дисциплины.

ОПК-1.6.3. Умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии.

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ОПК-1.6. Умеет применять методы топологии для решения фундаментальных и прикладных задач в профессиональной деятельности.	ОПК-1.6.1. Знает основные определения и теоремы топологии, методы решения задач и доказательства утверждений, методы топологии, применяемые для решения профессиональных задач. ОПК-1.6.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы, решать задачи дисциплины. ОПК-1.6.3. Умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Теория множеств.	1.1. Основные определения теории множеств. Сравнения множеств. 1.2. Теорема Кантора–Бернштейна, теорема Кантора о мощностях. 1.3. Аксиома выбора, лемма Цорна и теорема Цермело. 1.4. Ординальные числа и кардиналы.
Раздел 2. Метрические пространства и их свойства.	2.1. Метрические пространства. 2.2. Предел и непрерывность в метрических пространствах. 2.3. Классификации точек множеств в метрических пространствах. 2.4. Открытые и замкнутые множества. 2.5. Категории множеств. Теорема Бэра.
Раздел 3. Топологические пространства и основные теоремы топологии.	3.1. Топологические пространства. Основные способы задания топологии. 3.2. Действия над топологическими

	пространствами. 3.3. Аксиомы отделимости. 3.4. Основные топологические инварианты. 3.5. Компактные множества. Разные типы компактности. 3.6. Топологические группы. Многообразия.
--	---

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Теория множеств.	5	-	10	32	47
Основные определения теории множеств. Сравнения множеств.	1	-	4	7	12
Теорема Кантора–Бернштейна, теорема Кантора о мощностях.	1	-	2	7	10
Аксиома выбора, лемма Цорна и теорема Цермело.	2	-	1	11	14
Ординальные числа и кардиналы	1		3	7	11
Раздел 2. Метрические пространства и их свойства.	5	-	12	26	43
Метрические пространства.	1	-	4	7	12
Предел и непрерывность в метрических пространствах.	1	-	2	5	8
Классификации точек множеств в метрических пространствах.	1	-	2	4	7
Открытые и замкнутые множества.	1		2	6	9
Категории множеств. Теорема Бэра.	1		2	4	7
Раздел 3. Топологические пространства и основные теоремы топологии.	7	-	12	35	54
Топологические пространства. Основные способы задания топологии.	1	-	4	6	11
Действия над топологическими пространствами.	1	-	4	8	13
Аксиомы отделимости.	1	-	1	4	6
Основные топологические инварианты.	2		1	6	9
Компактные множества. Разные типы компактности.	1		1	6	8
Топологические группы. Многообразия.	1		1	5	7
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	17	-	34	93	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Теория множеств.

1. Множества и операции с ними. Декартово произведение.
2. Сравнение множеств.
3. Теорема Кантора–Бернштейна.
4. Теорема Кантора о мощностях.
5. Частично упорядоченное множество.
6. Линейно упорядоченное множество.
7. Вполне упорядоченное множество.
8. Аксиома Выбора.
9. Лемма Цорна.
10. Теорема Цермело.
11. Счётные множества и их свойства.
12. Множества мощности континуум и их свойства.

Раздел 2. Метрические пространства и их свойства.

13. Метрические пространства.
14. Предел в метрическом пространстве.
15. Предельные и изолированные точки. Точки прикосновения.
16. Непрерывные отображения метрических пространств.
17. Внутренние, внешние и изолированные точки.
18. Открытые и замкнутые множества. Связь между ними.
19. Связь открытости (замкнутости) с непрерывностью.
20. Полные метрические пространства.
21. Теорема о пополнении.
22. Множества первой категории.
23. Теорема Бэра.

Раздел 3. Топологические пространства и основные теоремы топологии.

24. Топологические пространства.
25. Базы и предбазы.
26. Естественная топология метрических пространств.
27. Естественная топология упорядоченных пространств.
28. Подпространство и факторпространство.
29. Открытые и замкнутые отображения.
30. Тихоновское произведение.
31. Аксиомы отделимости.
32. Основные топологические инварианты.
33. Аксиомы счётности.
34. Компактные, счётно компактные и секвенциально компактные пространства.
35. Топологическая группа.
36. Гомотопии. Фундаментальная группа.
37. Многообразия. Карты и атласы.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Раздел 1. Нахождение мощности множеств, проверка множеств на упорядоченность.

Раздел 2. Проверка, является ли пространство метрическим, определение классов точек данного множества в данном пространстве, доказательство некоторых теоретических утверждений.

Раздел 3. Исследование системы множеств на то, являются ли они топологией, базой, и т.п., задачи на проверку или доказательство некоторых топологических утверждений.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета

1. Тихоновское произведение.

2. Аксиомы отделимости.

3. X некоторое непустое множество, $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ действительная функция на X , $\rho(x, y) = |f(x) - f(y)|$.

Доказать, что (X, ρ) метрическое пространство в том и только том случае, если функция f задана на всём X и инъективна на нём.

4. Привести пример незамкнутого компактного подпространства топологического пространства.

В зависимости от ведения учебного процесса в традиционном (очном) формате или с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может включать теоретические вопросы и (или) практические задания по изученным темам.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по стобалльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Промежуточная контрольная работа	45
	Итоговая контрольная работа.	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. **Александров, П. С.** Введение в теорию множеств и общую топологию : [Учеб. пособие для мат. специальностей вузов] / П. С. Александров. - М. : Наука, 1977. - 368 с.

2. **Синюков, Н. С.** Топология : [Учеб. пособие для мат. специальностей ун-та] / Н. С. Синюков, Т. И. Матвеев. - К. : Вища шк., 1984. - 264 с.

10.2. Дополнительная литература

3. **Энгелькинг, Р.** Общая топология : пер. с англ. / Р. Энгелькинг ; пер. [и предисл.] М. Я. Антоновского, А. В. Архангельского. - Москва : Мир, 1986. – 744 с.
4. **Барвайс, Дж.** Справочная книга по математической логике : В 4 ч. : Пер. с англ. Ч. 2 : Теория множеств / Под ред. Дж. Барвайса ; [Д. Р. Шенфилд, Т. Д. Йех, К. Кюнен и др.] ; Пер. В. Г. Кановея ; Под. ред. В. Н. Гришина. - М. : Наука, 1982. - 375 с.
5. **Кановой, В. Г.** Аксиома выбора и аксиома детерминированности / В. Г. Кановой. - Москва : Наука, 1984. - 65 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU:** сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
3. **Национальная подписка:** сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: <https://podpiska.rcsi.science/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.
4. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
5. **Образовательная платформа Юрайт:** сайт. – Москва, 2013- . – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронная библиотека РГБ:** раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – <https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary>. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.
7. **Электронно-библиотечная система Лань:** сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
9. **Электронный каталог Научной библиотеки ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
10. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕД ОС, Astra Linux (OEM).
2. OpenOffice, LibreOffice.